

国家自然科学基金提名书

(2018 年度)

一、项目基本情况

学科评审组:

序号:

编号:

提名者		中国数学会						
项目名称	中文名	非紧完备流形上的几何分析						
	英文名	Geometric Analysis on complete and noncompact Riemannian manifolds						
主要完成人		史宇光						
学科分类名称	1		代码					
	2		代码					
	3		代码					
任务来源								
具体计划、基金的名称和编号: 1. 青年科学基金项目:《非紧完备流形上的几何分析》(2001.1—2003.12)批准号:10001001 2. 国家杰出青年科学基金项目:《流形上的分析》(2008.01-2011.12)批准号:107251013. 3. 国家基金委重大项目:《图像处理与重建中的几何分析》(2010.1-2013.12)批准号:10990013								
已呈交的科技报告编号:								
项目起止时间	起始:	年	月	日	完成:	年	月	日

国家科学技术奖励工作办公室制

二、提名意见

(适用于提名机构和部门)

提名者	中国数学会		
通讯地址	北京市海淀区中关村东路 55 号, 中国数学会	邮政编码	100190
联系人	学会办公室	联系电话	82541197/48
电子邮箱	cms@math. ac. cn	传 真	
提名意见:			
<p>史宇光教授的科研工作的第一部分是数量曲率有关的几何分析问题研究。他和 合作者得到了若干数量曲率和边界满足一定条件的三维紧致带边流形的刚性定理, 物理上恰好是 Brown-York 型质量的正定性。这是多年来人们渴望知道的一个结论。 这里一个重要发现是 Brown-York 质量的某种单调性。这一发现对相关问题研究有重 要影响。这一工作还激发了国际同行对类似几何不等式研究的兴趣。他们这一结果 无论在微分几何还是在数学广义相对论中都有着重大影响, 被认为是数学广义相对 论中关于拟局部质量研究的一个重要进展。有关文章被多次引用。此外, 他和合作 者研究了各种拟局部质量之间的关系及极限性质, 首次从数学上严格证明了 Brown-York 质量的极限性质。</p> <p>史宇光教授第二部分工作是共形紧流形上的几何分析问题研究。其主要结果包括 共形紧流形的内蕴刻画及刚性定理研究。他和合作者用全新的方法分析了无穷远边 界, 发现:当截曲率趋向于-1 速度足够快, 流形可以被共形紧化, 而且其无穷远边 界是共形平坦的。这揭示了一个共形紧流形上的 Riemann 几何和无穷远边界的共形 几何之间的密切关系。他们的方法和这个发现对于该方向研究产生了较大影响。另 外, 史宇光和其合作者研究了一类共形紧流形上的规范 Ricci 流, 他们证明了一类 非退化的共形紧 Einstein 流形在 规范 Ricci 流下是稳定的, 这为 Ricci 流在共形紧流 形研究奠定了基础。</p> <p>提名该项目为国家自然科学奖 <u>2</u> 等奖。</p>			
<p>声明: 本单位遵守《国家科学技术奖励条例》及其实施细则的有关规定, 承诺遵守评审工作纪律, 所提供的提名材料真实有效, 且不存在任何违反《中华人民共和国保守国家秘密法》和《科学技术保密规定》等相关法律法规及侵犯他人知识产权的情形。如有材料虚假或违纪行为, 愿意承担相应责任并接受相应处理。如产生争议, 保证积极调查处理。</p> <p>法人代表签名: _____ 单位 (盖章) _____</p> <p>_____ 年 月 日 _____ 年 月 日</p>			

三、项目简介

(限1页)

史宇光教授的研究项目《非紧完备流形上的几何分析》包含两部分内容:

一、与数量曲率有关的几何分析问题研究 这部分主要研究边界满足一定条件,数量曲率非负的紧致带边流形的几何拓扑性质。有意思的是,其中2002年的一个结果恰好给出了广义相对论中的Brown-York质量正定性的证明,这是多年来人们渴望知道的一个结论,被认为是近年来广义相对论拟局部质量研究的一个重要进展。该结果无论在微分几何还是在数学广义相对论中都有着重大影响,其中的方法被国际同行广泛应用于相关问题的研究。数学广义相对论方向的著名学者P.T.Chrusciel于2004年7月在Dublin学术会议报告及R.Bartnik在2006年9月澳大利亚数学会年会报告的国际学术会议上介绍了史宇光的这一结果。到目前为止,相关文章已被他引78次,这些引用文章有的发表在Inventiones Mathematicae, Journal of the American Mathematical Society, Duke Mathematical Journal, Journal Differential Geometry等国际顶尖数学杂志;有的发表在Physical Review Letters, Journal of high energy Physics等顶尖物理学杂志。另外,该文被著名数学家丘成桐教授及其合作者引用5次。2007年史宇光和其合作者推广了Brown-York质量的定义并证明了正定性,相关文章被他引12次;同一年,他们证明了Brown-York质量不小于Hawking质量,相关文章被他引6次;2009年史宇光和其合作者首次从数学上严格验证了Brown-York等拟局部质量(Quasi-local mass)的极限性质,相关文章被他引18次,这些引用文章有三篇发表在Inventiones Mathematicae。另外,被丘成桐教授及其合作者引用1次;被Wolf奖获得者R.Schoen及其合作者引用1次。同年史宇光和其合作者又把相关结果推广至更一般情形,相关文章被他引9次。

二、共形紧流形上的几何分析问题研究 这部分主要内容给出一类渐近双曲流形的内蕴刻画及研究共形紧Einstein流形Ricci流下的稳定性。2005年史宇光和其合作者给出一类渐近双曲流形的内蕴刻画,其中的创新点是用全新的方法分析流形的无穷远边界;并且观察到一个有趣的现象:当截曲率趋向于-1速度足够快,流形可以被共形紧化,而且其无穷远边界是共形平坦的。这观察揭示一个渐近双曲流形上的Riemann几何和无穷远边界的共形几何之间的密切关系。他们的方法和这个观察对于该方向研究产生了较大影响,如:E.Bahuaud等人利用他们文中关于Riccati方程估计想法得到了一类渐近双曲流形在无穷远处的正则性;到目前为止,该文章已被他人引用12次。另外,史宇光和其合作者研究了一类共形紧流形上的规范Ricci流,2013年他们证明了一类非退化的共形紧Einstein流形在规范Ricci流下是稳定的,这为Ricci流在共形紧流形研究奠定了基础。相关文章被他引2次。

四、重要科学发现

1. 重要科学发现 (限 5 页)

1. 如所周知, 数量曲率是一种最弱的曲率形式, 一个流形是否能具有非负数量曲率 Riemann 度量及其拓扑有着密切关系。从上个世纪六十年代开始, 就有一批著名数学家如 A. Lichnerowicz; Schoen, Yau; Gromov, Lawson; J. Rosenberg, S. Stolz 等研究这一问题。前人研究主要集中在紧致无边流形或非紧完备流形, 对于数量曲率非负的紧致带边流形有何特性知之甚少。Gromov 曾发现对于任意流形, 只要边界非空, 人们甚至能找到截曲率非负的 Riemann 度量。于是, 人们认识到提何种合适的边值条件是这个问题中的一个基本困难。代表作【1】的研究正是在这种背景下展开的。考虑一个紧致带边的三维 Riemann 流形 (Ω, g) , 假设其边界关于外法向的中曲率 H 和 Gauss 曲率 K 为正, 由微分几何中的经典结果知道 $\partial\Omega$ 可以以唯一的方式等距嵌入到三维欧氏空间 \mathbf{R}^3 中, 其嵌入像在 \mathbf{R}^3 中的中曲率记为 H_0 , 则:

定理 (【1】): 如果一个紧致带边的三维 Riemann 流形 (Ω, g) 的数量曲率非负, 且边界 $\partial\Omega$ 凸 (即 Gauss 曲率为正, 关于外法向量中曲率为正), 则 $\int_{\partial\Omega} (H_0 - H) d\mu \geq 0$; 若 $\int_{\partial\Omega} (H_0 - H) d\mu = 0$ 当且仅当 (Ω, g) 为 \mathbf{R}^3 的凸区域。

值得注意的是, $M_{BY} = \frac{1}{8\pi} \int_{\partial\Omega} (H_0 - H) d\mu$ 恰好为广义相对论中的 Brown-York 质量, 这个量可以被认为是边界上的某种几何量。代表作【1】的一个重要发现是 Brown-York 质量的某种单调性。

2. 渐近双曲流形或更一般的共形紧流形是双曲空间的一种自然推广, 在广义相对论和超弦理论中这类流形是许多重要定律的载体, 因此, 颇为人们所关注。近几十年来, 有不少学者在较强假设下研究了渐近双曲流形上的正质量问题, 如所周知, 正质量定理的几何核心就是刚性定理。然而, 在刻画渐近双曲或共形紧致这一概念时所要的假设都不是内蕴的, 这在几何上并不自然。于是, 一个自然问题是: 能否用流形的内蕴量 (如曲率等) 来刻画渐近双曲和共形紧致这一概念, 并且证明相应的刚性定理仍然成立? 代表作【2】对上述问题的一个重要情形给出了肯定的回答:

定理 (【2】): 设 (M^n, g) 是非紧完备流形, $n \geq 4$, 并且具有一个极点 (pole), 若 $Ric(g) \geq (1-n)g$ 及 $|K+1| \leq e^{\alpha\rho}$, 则 (M^n, g) 等距于双曲空间 \mathbf{H}^n 。其中 α 为某个大于 2 的数, K 为的截曲率, ρ 为到某一个固定点的距离。

虽然, 上面定理需假定极点条件, 但分析无穷远边界的方法是全新的, 并且观察到一个有趣的现象: 当截曲率趋向于 -1 速度足够快, 那么流形 (M^n, g) 可以被共形紧化, 而且其无穷远边界是共形平坦的。这观察揭示一个渐近双曲流形上的 Riemann 几何和无穷远边界的共形几何之间的密切关系。

3. 代表作【1】中的主要结果需要假设流形的边界是凸，人们希望知道在更弱假定下相应结果是否成立？丘成桐教授和其合作者有一系列文章研究了这个问题，但他们所定义的质量表达式较为繁琐。代表作【3】在丘成桐教授等人工作基础上，研究了流形边界非凸时质量非负性问题，得到了一种广义的 Brown-York 质量定义：如果一个紧致带边的三维 Riemann 流形 (Ω, g) ，其关于外法向的中曲率 H 为正，且边界的 Gauss 曲率不小于 $-\kappa^2$ ，则由 Pogorelov 定理知道流形边界可以唯一的方式等距嵌入到曲率为 $-\kappa^2$ 的双曲空间 $H^3(\kappa)$ 中。记 H_0 为嵌入像在 $H^3(\kappa)$ 的中曲率，代表作【3】引入了广义的 Brown-York 质量：

$$M_{BY}(\kappa) = \frac{1}{8\pi} \int_{\partial\Omega} (H_0 - H) \cosh \kappa r d\mu$$

这里 r 为 $H^3(\kappa)$ 中流形边界嵌入像 Σ 在 $H^3(\kappa)$ 所围成区域中的某固定点到 Σ 的距离函数。有意思的是，代表作【3】还能证明其非负性。即：

定理(【3】)：如果一个紧致带边的三维 Riemann 流形 (Ω, g) 的数量曲率大于等于 $-6\kappa^2$ 且边界 Gauss 曲率不小于 $-\kappa^2$ ，关于外法向量中曲率为正，则 $M_{BY}(\kappa) \geq 0$ ；若 $M_{BY}(\kappa) = 0$ 当且仅当 (Ω, g) 为 $H^3(\kappa)$ 的开区域。

一个有趣的现象是：当趋于 0 时，广义 Brown-York 质量趋于通常意义下的 Brown-York 质量。所以从这个意义说代表作【3】的结果是代表作【1】结果的推广。

4. 关于拟局部质量 (quasi-local mass) 的一个基本问题是在一个渐近平坦流形上研究其无穷远或一点处的渐近行为。根据相关物理事实，人们希望当所讨论的区域穷竭整个渐近平坦流形时，区域的 Quasi-local 质量能趋向于流形的 ADM 质量；而当区域收缩到一点时，区域的 Quasi-local 质量应该和区域的体积乘上该点的数量曲率（因为在一定条件下数量曲率被解释为能量密度）差一个高阶无穷小（见 D. Christodoulou & S.-T. Yau, Some Remarks on the Quasi-Local Mass, Mathematics and General Relativity (Santa Cruz CA1986), ed. J. Isenberg, Contemporary Mathematics, 71, AMS (1988) 9-14）。在某些特殊情形下，物理学家能验证 Brown-York 质量具有这些性质，但他们的方法不能用于一般情形，其主要困难是区域边界等距嵌入像在中曲率不能被逐点估计。代表作【4】利用研究等距嵌入中若干技巧克服了这一困难，在较为一般情形下证明了 Brown-York 质量，Hawking 质量及 Huisken 的等周质量具有这些性质。即

定理(【4】)：设 (M^3, g) 为三维渐近平坦流形，其渐近阶大于 $\frac{1}{2}$ ， S_r 为某个端上的坐标球面，则： $\lim_{r \rightarrow \infty} M_{BY}(S_r) = M_{ADM}(M)$ 。

定理(【4】): 设 (M^3, g) 为三维渐近平坦流形, p 为 M 中一点 S_r 为以 p 为中心的测地球面, 则当 r 趋于 0 时 $M_{BY}(S_r) = \frac{r^3}{12}R(p) + O(r^5)$ 。

对于 Hawking 质量及 Huisken 的等周质量类似的结论也成立。

5. 广义相对论中另一个常用的拟局部质量是 Hawking 质量, 其定义如下:

$$M_H(\Sigma) = \frac{|\Sigma|^{\frac{1}{2}}}{(16\pi)^{\frac{3}{2}}}(16\pi - \int_{\Sigma} H^2 d\mu)$$

这里 $|\Sigma|$ 为 Σ 的面积。即使从微分几何角度看, Hawking 质量也是一个非常有意思的几何量, 它和 Willmore 泛函, 等周曲面有着密切的联系。一个自然的问题是比较 Hawking 质量和 Brown-York 质量的大小。代表作【5】证明了:

定理 (【5】): 如果一个紧致带边的三维 Riemann 流形 (Ω^3, g) 的数量曲率非负, 且边界为凸, 则 $M_{BY}(\Sigma) \geq M_H(\Sigma)$; 等号成立当且仅当 (Ω^3, g) 为 \mathbf{R}^3 中的标准球。

上述结果的一个意义在于揭示, 从几何角度看, Hawking 质量其实反映数量曲率非负的三维 Riemann 流形 (Ω^3, g) 和 \mathbf{R}^3 中的标准球差异, 而 Brown-York 质量则是反映 (Ω^3, g) 和 \mathbf{R}^3 中凸区域的差异, 而这两拟局部质量的关系为研究紧致带边流形的刚性问题提供自然的边界条件。

6. 代表作【4】的结果是关于渐近平坦流形某个端上的坐标球面的拟局部质量的极限问题, 为研究更广一类曲面上的拟局部质量极限问题, 代表作【6】引入了“nearly round surface”概念, 并得到如下结果:

定理(【6】): 设 (M^3, g) 为三维渐近平坦流形, 其渐近阶大于 $\frac{1}{2}$, Σ_r 为某个端上的一族 **nearly round** 曲面, 则: $\lim_{r \rightarrow \infty} M_{BY}(\Sigma_r) = M_{ADM}(M)$ 。

对于 Hawking 质量, 也有类似的结果。

值得指出的是: 代表作【4】所考虑的坐标球面, 以及三维渐近平坦流形充分大紧集以外的稳定常中曲率曲面都是代表作【6】意义下的 nearly round 曲面, 代表作【6】的这一改进使上述结果适用于 Kerr 解情形。

7. 如前所言, 共形紧 Einstein 流形无论在数学上还是物理学中都是十分重要的研究对象。共形紧流形在无穷远边界有一个自然的共形结构, 一个重要的问题是: 在无穷远边界给定一个共形结构, 流形内部是否有一个共形紧 Einstein 度量与之对应? 目前只有小扰动结果。代表作【7】研究了

一类共形紧流形上的规范 Ricci 流 (normalized Ricci flow), 证明一类非退化的共形紧 Einstein 流形在规范 Ricci 流下是稳定的, 即: 如果规范 Ricci 流的初值度量是该非退化的共形紧 Einstein 度量的小扰动, 那么规范 Ricci 流长时间存在, 并且收敛于某一共形紧 Einstein 度量. 结合已知的唯一性结果, 可知该共形紧 Einstein 度量与原共形紧 Einstein 度量无穷远处具有相同的共形结构且内部等距. 作为该稳定性应用, 代表作【7】证明了如下结果:

定理 (【7】): 设 (M^n, g) 为在无穷远边界处 C^2 光滑的共形紧 Einstein 流形, 并且满足某种非退化条件 (见【7】中的 (1.7)), $n \geq 5$, $[g]$ 为其在无穷远边界上诱导的光滑的共形结构, 若 $[h]$ 为 $[g]$ 在无穷远边界上经 $C^{2,\alpha}$ 小扰动得到的共形结构, 则在 M^n 上存在一个在无穷远边界处 C^2 光滑的共形紧 Einstein 度量 h , 在无穷远边界上诱导的共形结构恰好是 $[h]$.

在代表作【7】之前, 为得到类似的存在性结果, 人们需假设度量 g 在无穷远边界处 $C^{2,\alpha}$ 光滑. 必须指出, 对一个共形紧 Einstein 度量, 如果在无穷远边界处是 C^2 光滑的, 并且在无穷远边界上诱导的共形结构足够光滑, 那么在无穷远边界处可以得到更高的光滑性 (Chrusciel, P., Delay, E., Lee, J.M., Skinner, D.: Boundary regularity of conformally compact Einstein metrics. J. Differ. Geom. 69(1), 111 – 136 (2005)).

8. 在许多情形下, 非紧完备流形上的几何分析问题可归结为某类完备流形上的 Poisson 方程解性质研究问题. 代表作【8】研究了一类 Ricci 曲率非负的非紧完备流形上 Poisson 方程解的存在性及估计, 得到了具有某种增长性解的充分必要条件 (见【8】中的定理 2.2) 及精确估计. 进而得到了一类非紧完备 Kahler 流形 Poincare-Lelong 方程可解的充分条件. 作为应用, 代表作【8】证明了如下结果:

定理 (【8】): 设 (M^n, g) 为 Ricci 曲率非负的非紧完备的 kahler 流形, R 为数量曲率, 满足:

$$\limsup_{r \rightarrow \infty} \frac{r^2}{V_o(r)} \int_{B_o(r)} R = 0$$

这里 $B_o(r)$ 为以 o 为中心, r 为半径的测地球, $V_o(r)$ 为其体积. 则 (M^n, g) 的 Ricci 形式 ρ 满足 $\rho^n = 0$.

上面定理的一个推论是: 如果 (M^n, g) 的全纯双截曲率非负而且有界, 数量曲率衰减足够快, 则 (M^n, g) 是平坦流形. 这改进了 N.Mok, Y.-T. Siu 及 S.T. Yau 1981 年的结果 (N.Mok, Y.-T. Siu & S.T. Yau, The Poincare-Lelong equation on complete Kahler manifolds, Compositio Math. 44(1981) 183-218).

2. 研究局限性 (限 1 页)

1. 本项目关于数量曲率非负的紧致带边流形研究主要集中在三维情形, 也应该考虑高维情形。
2. 也应该研究数量曲率非负的高维紧致无边流形有何几何拓扑特性? 尤其是四维情形。
3. 关于共形紧流形的内蕴刻画, 代表作【2】指出: 当截曲率趋向于-1 速度足够快, 那么流形被共形紧化, 而且其无穷远边界是共形平坦的。这观察揭示一个渐近双曲流形上的 Riemann 几何和无穷远边界的共形几何之间的密切关系。应该更深入研究这一关系。我们注意到, 史宇光教授和其合作者最近工作表明: 如果一个共形紧 Einstein 流形, 无穷远边界的共形结构离标准球面共形结构足够近, 那么该流形一定微分同胚于双曲空间, 且曲率非常接近于-1。特别地, 如果无穷远边界为共形球面, 那么该流形等距于双曲空间 (Li, Gang; Qing, Jie; Shi, Yuguang Gap phenomena and curvature estimates for conformally compact Einstein manifolds. Trans. Amer. Math. Soc. 369 (2017), no. 6, 4385 – 4413)。一个有意思的问题是: 如果没有“无穷远边界的共形结构离标准球面共形结构足够近”这一条件, 又能得到什么样的关系?

五、客观评价

(限 2 页。围绕科学发现点的原创性、科学价值、国内外自然科学界公认度以及推动学科发展的作用进行客观、真实、准确评价。填写的评价意见要有客观依据, 主要包括国内外同行在重要学术刊物、学术专著和重要国际学术会议等公开发表的学术性评价意见, 国内外重要科技奖励等, 可在附件中提供证明材料。非公开资料(如私人信函等)不能作为评价依据。)

史宇光教授主要科研兴趣是非紧完备流形上的几何分析, 取得了杰出成绩。其中最有代表性的工作是 Brown-York 型质量正定性证明(代表作【1】)。代表作【1】结果无论在微分几何还是在数学广义相对论中都有着重大影响, 文章从 2002 年发表到现在被 SCI 他引 78 次, 数学类引用文章中有 2 篇在 *Inventiones Mathematicae*, 1 篇在 *Journal of the American Mathematical Society*, 1 篇在 *Duke Mathematical Journal*, 3 篇在 *Journal Differential Geometry*。物理类引用文章中有 3 篇在 *Physical Review Letters*, 1 篇在 *Journal of high energy physics* 上。代表作【1】中关于 Brown-York 质量正定性结果被著名数学家丘成桐教授和其合作者多次推广到一般情形。代表作【1】中主要发现是 Quasi-Spherical metric 中的截面的 Brown-York 质量单调下降并趋于渐近平坦流形的 ADM 质量。这发现深刻影响了其他学者关于 Brown-York 型质量的正定性工作, 如丘成桐教授和 Chiu-Chu M. Liu 合作的 Liu-Yau 质量正定性的证明就约化为【1】的结果(见 Chiu-Chu M. Liu, Shing-Tung Yau, Positivity of Quasilocal Mass, *PHYSICAL REVIEW LETTERS*, Vol.90, No.23, 2003 中 231102-3 页, 第一行); 丘成桐教授和 M.-T.Wang 合作的关于 Wang-Yau 质量正定性证明也遵循类似的思想(见 Mu-Tao Wang, Shing-Tung Yau, Isometric Embeddings into the Minkowski Space and New Quasi-Local Mass, *Commun. Math. Phys.* 288, 919 – 942 (2009) P934, 定理 5.1 的证明)。代表作【1】中关于 Brown-York 质量正定性结果也被国际同行认为是数学广义相对论中拟局部质量研究的一个重要进展, 如, 2016 年 7 月 17 日在加拿大 Banff 召开的, 由 D. Pollack, R. Schoen, D. Maxwell, G. Galloway 等人组织的学术会议 *Geometric Analysis and General Relativity (16w5054)* 的目的说明中提到“……The long standing attempt to generalize the notion of mass in relativity to one which is quasi-locally defined has seen new ideas introduced due to the work of Shi and Tam and, more recently, to the extensive work of Wang and Yau …..” 剑桥大学物理学家, 英国皇家科学院院士 G. W. Gibbons 等人在谈到 Brown-York 质量时说“……The York-Brown mass suffers from a number of shortcomings but in the present context has been shown that it is positive [74].”(见 J. D. Barrow and G. W. Gibbons, Maximum magnetic moment to angular momentum conjecture, *PHYSICAL REVIEW D* 95, 064040 (2017), 064040-8), 这里的文献【74】即为代表作【1】。代表作【1】的结果激发了一类几何不等式的研究如, Miao, P.; Wang, X., Boundary effect of Ricci curvature. *J. Differential Geom.* 103 (2016), no. 1, 59 – 82. 该文首页即指出“Indeed, much of the formulation of results in this paper is motivated by that in [17, 20, 10]”其中的【17】即为代表作【1】; 再如, Eichmair, M; Miao, P.; Wang, X. Extension of a theorem of Shi and Tam. *Calc. Var. Partial Differential Equations* 43 (2012), no. 1-2, 45 – 56); 在一般维数情形时的共形 Brown-York 质量非负性(Yuan, Wei; Brown-York mass and compactly supported conformal deformations of scalar curvature. *J. Geom. Anal.* 27 (2017), no. 1, 797 – 816.) 等。此外, 代表作【1】中结果还被应用于渐近双曲流形上逆平均曲率流的不收敛性研究(Neves, André: Insufficient convergence of inverse mean curvature flow on asymptotically hyperbolic manifolds. *J. Differential Geom.* 84 (2010), no. 1, 191 – 229) 代表作【1】, 【3】中结果直接推论是: 数量曲率满足一定条件的紧致带边流形, 如果边界是凸, 则边界的中曲率积分(或加权积分)是有界的。这样使得从变分学角度研究这种中曲率积分(或加权积分)成为可能。正是在这个背景下, Miao 等人最近研究了这种积分(Mantoulidis, C.; Miao, P. Total mean curvature, scalar curvature, and a variational analog of Brown-York mass. *Comm. Math. Phys.* 352 (2017), no. 2, 703 – 718.)。代表作【2】用全新的方法分析了无穷远边界的共形结构, 后这种方法被 Bahuaud, E. Intrinsic characterization for Lipschitz asymptotically hyperbolic metrics. *Pacific J. Math.* 239 (2009), no. 2, 231 – 249 (文中 P236 提到一个主要估计 idea follow【2】)及 E. Bahuaud, R. Gicquaud Conformal Compactification of

Asymptotically Locally Hyperbolic Metrics 细化。Gicquaud, R. 的文章 Conformal compactification of asymptotically locally hyperbolic metrics II: weakly ALH metrics. *Comm. Partial Differential Equations* 38 (2013), no. 8, 也用了类似想法 (见该文中的 Lemma 2.8)。【2】的另一个创新是弱意义下定义 Schouten 张量, 并证明弱意义下 Weyl 张量为 0 即为共形平坦, 目前这一结果已被推广 Jin, Xiao Shang An extension of Weyl Schouten Theorem for Lipschitz and H^2 manifolds. *Acta Math. Sin. (Engl. Ser.)* 33 (2017), no. 7, 926 – 932.

基于史宇光教授在非紧完备流形上几何分析的杰出工作, 国际理论物理中心 (ICTP) 授予史宇光 2010 年度 Ramanujan 奖, 颁奖词说: The prize is in recognition of his outstanding contributions to the geometry of complete (noncompact) Riemannian manifolds, specifically the positivity of quasi-local mass and rigidity of asymptotically hyperbolic manifolds. 此外, 史宇光教授先后获得过国家杰出青年基金 (2008.1-2011.12); 第十一届中国青年科技奖; 2011 年度教育部长江特聘教授等荣誉 (2012.9-2017.8); 2016 年入选第二批国家“万人计划”科技创新领军人才; 2016 年享受政府特殊津贴。

代表作目录及他引情况

1. Shi Yuguang, Tam Luen-Fai ; Positive mass theorem and the boundary behaviors of compact manifolds with nonnegative scalar curvature ; Journal of Differential Geometry; 62 (2002) ; no. 1, 79–125. SCI 他引 78 次 ; 2016 年影响因子 1.33
2. Shi Yuguang, Tian Gang; Rigidity of asymptotically hyperbolic manifolds; COMMUNICATIONS IN MATHEMATICAL PHYSICS; 259 (2005), no. 3, 545–559 SCI 他引 12 次 ; 2016 年影响因子 2.5
3. Shi Yuguang, Tam Luen-Fai; Rigidity of compact manifolds and positivity of quasi-local mass; CLASSICAL AND QUANTUM GRAVITY; 24 (2007), no. 9, 2357–2366. SCI 他引 12 次 ; 2016 年影响因子 3.119
4. Fan Xu-Qian, Shi Yuguang, Tam Luen-Fai; Large-sphere and small-sphere limits of the Brown-York mass; COMMUNICATIONS IN ANALYSIS AND GEOMETRY; 17 (2009), no. 1, 37–72 SCI 他引 18 次 ; 2016 年影响因子 0.667
5. Shi Yuguang, Tam Luen-Fai; Quasi-local mass and the existence of horizons; COMMUNICATIONS IN MATHEMATICAL PHYSICS; 274 (2007), no. 2, 277–295 SCI 他引 6 次 ; 2016 年影响因子 2.5
6. Shi Yuguang, Wang Guofang, Wu Jie; On the behavior of quasi-local mass at the infinity along nearly round surfaces; ANNALS OF GLOBAL ANALYSIS AND GEOMETRY; 36 (2009), no. 4, 419–441 SCI 他引 9 次 ; 2016 年影响因子 0.713
7. Qing Jie, Shi Yuguang, Wu Jie; Normalized Ricci flows and conformally compact Einstein metrics; CALCULUS OF VARIATIONS AND PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS; 46 (2013), no. 1-2, 183–211. SCI 他引 2 次 ; 2016 年影响因子 1.532
8. Ni Lei, Shi Yuguang, Tam Luen-Fai; Poisson equation, Poincaré-Lelong equation and curvature decay on complete Kähler manifolds; Journal of Differential Geometry; 57 (2001), no. 2, 339–388 SCI 他引 14 次 ; 2016 年影响因子 1.33

六、代表性论文专著目录（不超过 8 篇）

序号	论文专著 名称/刊名 /作者	影响 因子	年卷页码 (xx 年 xx 卷 xx 页)	发表 时间 (年 月 日)	通讯 作者 (含 共 同)	第一 作者 (含 共 同)	国内 作者	SCI 他引 次数	他引 总次 数	论文署名 单位是否 包含国外 单位
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
合 计										

补充说明（视情填写）：

承诺：上述论文专著用于提名国家自然科学奖的情况，已征得未列入项目主要完成人的作者的同意。知识产权归国内所有，且不存在争议。

第一完成人签名：

七、代表性论文专著被他人引用的情况（不超过 8 篇）

序号	被引代表性论文专著序号	引文名称/作者	引文刊名/影响因子	引文发表时间 (年 月 日)
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				

八、主要完成人情况表

姓 名	史宇光	性别	男	排 名	1	国 籍	中国
出生年月	1969. 10.			出生地	浙江鄞县	民 族	汉
身份证号				归国人员	否	归国时间	
技术职称	教授			最高学历	研究生	最高学位	博士
毕业学校	中国科学院数学研究所			毕业时间	1996. 7	所学专业	基础数学
电子邮箱				办公电话		移动电话	
通讯地址						邮政编码	100871
工作单位	北京大学					行政职务	副院长
二级单位	北京大学数学科学学院					党 派	群众
完成单位	北京大学					所 在 地	北京市
						单位性质	事业单位
参加本项目的起止时间		2001 年 至 2013 年					
<p>对本项目主要学术贡献：</p> <p>代表作【1】，【3】，【5】关键是发现拟局部质量的单调性；代表作【2】关键是发现当截曲率趋向于-1 速度足够快，那么流形可以被共形紧化，而且其无穷远边界是共形平坦的；代表作【4】，【6】关键等距嵌入像的中曲率积分估计；代表作【7】关键点在发现非退化性和规范 Ricci 流之间的关系；代表作【8】关键点是得到 Poisson 方程解的先验估计。本人与合作者经过长时间反复研讨，互相启发才发现上述关键点，找到解决问题的突破口，所以缺少任何一方都不会有这些工作。</p>							
<p>曾获国家科技奖励情况：</p> <p>无</p>							
<p>声明：本人同意完成人排名，遵守《国家科学技术奖励条例》及其实施细则的有关规定，承诺遵守评审工作纪律，保证所提供的有关材料真实有效，且不存在任何违反《中华人民共和国保守国家秘密法》和《科学技术保密规定》等相关法律法规及侵犯他人知识产权的情形。该项目是本人本年度被提名的唯一项目。如有材料虚假或违纪行为，愿意承担相应责任并接受相应处理。如产生争议，保证积极配合调查处理工作。</p> <p style="text-align: center;">本人签名：</p> <p style="text-align: center;">年 月 日</p>				<p>完成单位声明：本单位确认该完成人情况表内容真实有效，且不存在任何违反《中华人民共和国保守国家秘密法》和《科学技术保密规定》等相关法律法规及侵犯他人知识产权的情形。如产生争议，愿意积极配合调查处理工作。</p> <p>工作单位声明：本单位对该完成人被提名无异议。</p> <p style="text-align: center;">单位（盖章）</p> <p style="text-align: center;">年 月 日</p>			